

用惯性秤与 Spss 标定物体的惯性质量

陆春福 王新春 祝飞霞 王昆林 司民真

(楚雄师范学院 云南 楚雄 675000)

(收稿日期:2013-09-04)

摘要:对传统的惯性秤实验系统进行适当的改进和调试,通过新增起始位置控制系统,有效的保证物体做简谐振动的起始状态具有一致性.由实验原理、误差理论分析,结合所测量的实验数据,应用 Spss 的曲线估计功能进行分析与讨论,得出物体做简谐振动周期的平方与其惯性质量存在线性关系,由定标曲线标定出其他物体的惯性质量,并验证得物体的惯性质量等于其引力质量.用置信概率为 95% 的不确定度对实验结果进行分析与估算,得到了更为合理的实验结果.

关键词:惯性秤 起始位置控制系统 周期的平方 惯性质量 Spss 曲线估计 不确定度分析

1 引言

由于惯性秤^[1]实验系统具有结构简单,易于操作的特点,目前,用惯性秤实验系统测定物体惯性质量仍是大学普通物理实验^[2]中最常用的实验方法之一.但由于在惯性秤调平衡问题上存在着传统的误区,难以保证秤臂(钢片及秤台)不受重力影响,会直接影响到秤臂做简谐振动的状态.实验过程中,一般是通过人手释放秤臂,很难保证秤臂的起始状态具有一致性,造成秤臂振动角度偏大或偏小,对周期的测量必然造成较大误差.为此,通过纠正惯性秤调平衡问题的传统误区,设计起始位置控制系统去控制秤台的起始位置,使得秤台的起始状态始终保持一致,可显著减弱重力对秤台做简谐振动的影,消除了人为因素对起始状态的影响.利用 Spss^[3]对实验数据进行线性分析,可有效减小实验仪器和人为因素给实验造成的误差,能提高对实验数据及实验结果分析的精度,用置信概率为 95% 不确定度对测量数据及其实验结果进行分析和估算,可得到更为合理的实验结果.

2 实验仪器与调试

2.1 实验装置图

实验装置如图 1 所示,实验仪器主要由惯性秤、

水平仪、水平尺、挡光计时系统(光电门及支架、计时计数测速仪)、起始位置控制系统(电磁铁、铁架台及支架、直流稳压电源)等组成.

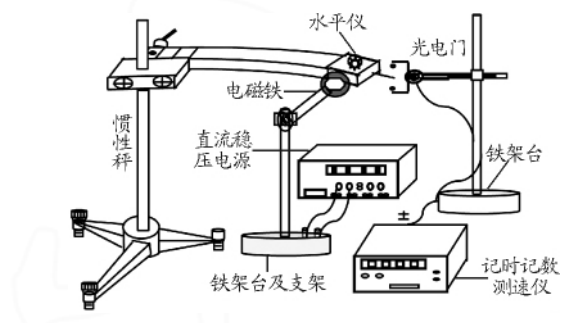


图 1 惯性秤实验装置简图

2.2 安装仪器与调试

将图 1 所示的惯性秤实验系统进行连接,调节支架座上的螺钮,观察秤台正上方水平仪以及水平尺的气泡,使秤台处于水平面平衡状态,调节挡光针刚好可遮挡光电门的位置,接通计时计数测速仪的电源,调节功能按钮使光标置于周期测量挡.适当调节电磁铁与秤台的水平高度相一致.接通直流稳压电源,使电磁铁吸住秤臂,当关闭电源可释放秤臂做简谐运动,把质量不等的砝码,分别加载在秤台上,记下各自振动的 10 个周期.实验系统调整的关键点在于秤台是否处于水平位置,使重力的影响减到最佳状态以及秤台每次的起始状态(摆幅初始位置)是否一致等.

3 实验原理

3.1 测量原理

调节惯性秤处于水平面平衡状态,将秤台沿水平方向轻推向电磁铁进行吸合(约1 cm),关闭电源释放称臂,秤台及其负载砝码在水平方向上做简谐振动.忽略重力对物体运动的加速度的影响,而决定物体加速度的只有秤臂在水平方向上所受的弹性恢复力,此时,可视秤台在水平方向做简谐振动.设弹性恢复力 $F = -\kappa x$ (κ 为秤臂的劲度系数, x 为秤台质心偏离平衡位置的距离).根据牛顿第二定律^[4],可得运动方程为

$$(m_0 + m) \frac{d^2 x}{dt^2} + \kappa x = 0 \quad (1)$$

式(1)中, m_0 为空秤的惯性质量, m 为插入秤台砝码的惯性质量, κ 为平台钢片的劲度系数.由式(1)可得秤台做简谐振动的周期 T 为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_0 + m}{\kappa}} \quad (2)$$

变换式(2),可将其改写为

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\kappa} m + \frac{4\pi^2}{\kappa} m_0 \quad (3)$$

$$\text{令 } K = \frac{4\pi^2}{\kappa} \quad b = \frac{4\pi^2}{\kappa} m_0$$

对照式(3)可得

$$T^2 = Km + b \quad (4)$$

在给定条码的惯性质量(m_i)条件下,用计时计数测速仪测定秤台及片状砝码做简谐振动的周期(T_i),可得周期平方(T_i^2).应用 Spss 的线性估计功能去分析周期的平方(T_i^2)与所加载片状条码的质量(m_i)的线性关系,以此为标准可标定出其他物体的惯性质量,并对其不确定度做出估算.

表1 给定片状砝码的惯性质量

m_0/g	m_1/g	m_2/g	m_3/g	m_4/g	m_5/g	m_6/g	m_7/g	m_8/g
0	25.190	50.690	75.600	100.960	126.200	151.770	177.100	202.470

表2 秤台加载片状砝码做简谐振动所对应的周期

测量方式:多次测量		测量工具:J0201-DM型计时器						精度:0.000 1 s		
次数 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$10T_0/s$	3.233 00	3.232 60	3.233 20	3.232 70	3.233 10	3.232 70	3.233 10	3.233 20	3.232 60	3.898 30 3.232 80
$10T_1/s$	3.898 30	3.898 10	3.898 40	3.898 20	3.898 70	3.898 00	3.898 60	3.897 90	3.898 50	

3.2 对惯性质量测量的不确定度分析

不确定度^[5]可分为A,B类进行评定.若测量列($a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$),则其平均值的标准偏差为

$$u(\bar{a}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n(n-1)}} \quad (5)$$

对A类,若测量为10次,测量结果服从 t 分布,当 $p = 0.95$ 时, $t_p = 2.26$,即

$$u_A(\bar{a}) = 2.26u(\bar{a}) \quad (6)$$

根据式(6),周期、质量的A类分量分别为

$$u_A(\bar{T}) = 2.26u(\bar{T}) \quad (7)$$

$$u_A(\bar{m}) = 2.26u(\bar{m}) \quad (8)$$

对于B类,由于仪器误差极限为 Δ ,且服从均匀分布 $C = \sqrt{3}$,当 $p = 0.95$ 时, $k_p = 1.96$,则

$$u_B = 1.96 \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \quad (9)$$

根据式(9),周期、质量的B类分量分别为

$$u_B(T) = 1.96 \frac{\Delta T}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

$$u_B(m) = 1.96 \frac{\Delta m}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

合成不确定度为

$$u(\bar{T}) = \sqrt{u_A^2(\bar{T}) + u_B^2(T)} \quad (12)$$

$$u(\bar{m}) = \sqrt{u_A^2(\bar{m}) + u_B^2(m)} \quad (13)$$

4 测量数据及其线性分析

4.1 测量数据及数据处理

4.1.1 $T^2 - m$ 定标曲线所需的数据

$T^2 - m$ 定标曲线所需数据如表1~3所示.

续表

次数 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$10T_2/s$	4.483 60	4.482 90	4.483 50	4.483 00	4.483 40	4.483 10	4.483 30	4.483 20	4.483 80	4.482 70
$10T_3/s$	4.998 60	4.998 50	4.999 00	4.998 10	4.998 40	4.998 70	4.998 20	4.998 90	4.998 0	4.998 80
$10T_4/s$	5.477 00	5.477 00	5.477 50	5.476 50	5.477 80	5.476 20	5.477 20	5.476 80	5.477 70	5.476 30
$10T_5/s$	5.911 80	5.911 80	5.911 40	5.912 20	5.911 50	5.911 20	5.911 70	5.911 90	5.911 30	5.912 30
$10T_6/s$	6.345 60	6.345 50	6.345 80	6.345 30	6.346 00	6.345 10	6.346 10	6.345 0	6.345 0	6.345 80
$10T_7/s$	6.737 00	6.736 90	6.736 50	6.737 20	6.736 70	6.737 40	6.737 30	6.736 60	6.737 70	6.736 20
$10T_8/s$	7.114 00	7.114 20	7.114 30	7.113 90	7.114 10	7.113 70	7.114 70	7.113 50	7.114 10	7.114 50

表3 称量物体 x, y, z 的引力质量

测量方式: 单次测量		测量工具: 物理天平		感量: 0.02 g	
m_x/g	m_y/g	m_z/g			
35.190	110.960	187.100			

4.1.2 验证物体惯性质量与引力质量关系所需测量数据
验证物体惯性质量与引力质量关系所需测量数据如表4~6所示.

表4 测量物体 x, y, z 振动的周期

测量方式: 多次测量		测量工具: 型计时计数器		精度: 0.000 1 s						
次数 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$10T_x/s$	4.128 20	4.128	4.128	4.128 0	4.128 0	4.128 20	4.128	4.128 10	4.128 20	4.128 20
$10T_y/s$	5.657 00	5.656 70	5.656 80	5.656 90	5.656 40	5.657 30	5.656 70	5.657 00	5.656 30	5.657 40
$10T_z/s$	6.886 20	6.886 00	6.889 20	6.886 40	6.885 20	6.887 00	6.883 20	6.886 30	6.8845 00	6.888 00

表5 Spss 作图所需数据

组数 i	1	2	3	4	5	6	7	8
T_i^2/s^2	0.151 967	0.200 995	0.249 855	0.299 975	0.350 325	0.402 665	0.453 865	0.506 106
m_i/kg	25.190	50.690	75.600	100.960	126.200	151.770	177.100	202.470

表6 物体 x, y, z 的周期、质量的标准偏差

$u(\bar{T}_x)/(\times 10^{-6} s)$	$u(\bar{T}_y)/(\times 10^{-5} s)$	$u(\bar{T}_z)/(\times 10^{-5} s)$	$\Delta T_i/s$	$\Delta m_i/g$
3.1	1.1	5.4	0.000 1	0.02

4.2 用 Spss 分析 $T^2 - m$ 定标曲线

将表5的实验数据输入到 Spss 软件中, 由 Spss 的曲线估计功能, 以 m_i 为自变量, T_i^2 为因变量, 可得其定标方程为

$$T_i^2 = 0.001\ 999\ 367\ 355\ 985\ 29m_i + 0.099\ 546\ 246\ 425\ 063\ 27 \quad (14)$$

由式(14)可得其定标曲线, 如图2所示.

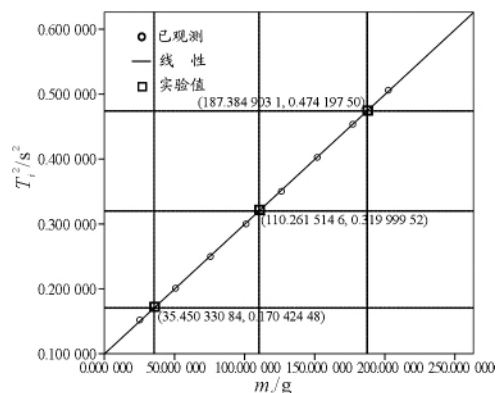


图2 $T_i^2 - m_i$ 定标曲线

由式(14)比式(4),可得

$$\frac{4\pi^2}{\kappa} = 0.001\ 999\ 367\ 355\ 985\ 29 \quad (15)$$

由式(15)可得

$$\kappa = 19.74\ \text{N/m} \quad (16)$$

查阅相关论文^[6]惯性秤秤台钢片的劲度系数为

$$\kappa' = 20.50\ \text{N/m} \quad (17)$$

4.3 验证物体惯性质量与其引力质量的关系

由式(14)可得

$$u(m_\kappa) = \frac{2\bar{T}_\kappa u(T_\kappa)}{0.001\ 999\ 367\ 355\ 985\ 29} \quad (18)$$

根据表4,6,图2与式(18),标定物体(x, y, z)的惯性质量

$$\begin{cases} m_x = (35.450 \pm 0.05)\ \text{g} \\ m_y = (110.262 \pm 0.06)\ \text{g} \\ m_z = (187.33 \pm 0.11)\ \text{g} \end{cases} \quad (19)$$

由表3与表5可得物体(x, y, z)的引力质量

$$\begin{cases} m'_x = (35.190 \pm 0.023)\ \text{g} \\ m'_y = (110.960 \pm 0.023)\ \text{g} \\ m'_z = (187.100 \pm 0.023)\ \text{g} \end{cases} \quad (20)$$

5 分析与讨论

由表1,2测量数据及表5实验数据,应用Spss软件分析得定标方程式(14)及图2的 T^2-m 定标曲线图.考察图2可得,片状砝码振动周期的平方(T^2)与其惯性质量(m)成线性关系,图2实验曲线与理论分析式(4)具有较好的一致性.

由表5数据,应用Spss曲线估计功能得到定标方程式(14),可得钢片劲度系数为19.74 N/m,对比所查阅论文钢片的劲度系数为20.50 N/m,二者具有较好吻合度,表明所拟合的 T^2-m 直线是客观的.

由表5数据,应用Spss软件通过图2定标曲线,标定出物体(x, y, z)惯性质量及式(19)实验结果,对照用物理天平所得物体(x, y, z)的引力质量式(20),进一步验证了同一物体的惯性质量与其引力

质量相等.

由式(19)实验结果可知,随着秤台所加载片状砝码惯性质量的增加,误差会增大.这是由于当秤台所加载片状砝码惯性质量超负荷时,会影响到振动臂(钢片及秤台)做简谐振动的状态所致.

能够得到较为理想的图2以及式(16)、式(19),除了借助强有力的计算机辅助(Spss软件)分析手段外,表明所测量数据(表1,2,5)的质量较高,说明惯性秤的水平调平工作和计时系统的选择较为合理,每组振幅初始状态(1 cm)的一致性控制较好,使得因仪器或人为因素所致的偶然误差与系统误差降为较小.

比较式(16)与式(17),式(19)与式(20)实验结果吻合度较好,尤其查看式(19)中 m_x, m_y, m_z 的实验结果,由该实验方案所得惯性质量的实验值只在百分位上可疑,而以往用惯性秤测惯性质量的实验方案所得惯性质量的实验值一般为个位、十分位可疑.应用Spss的曲线分析功能标定物理惯性质量是可以提高实验数据与实验结果的分析精度的,且数据的处理过程及结果直观有效.因此,该实验方案值得推广.

参考文献

- 1 宫建平,李春明.惯性秤与惯性质量.晋中师专学报,1994(2):25~26
- 2 杨述武,赵立竹.普通物理实验1(力学、热学部分)第四版.北京:高等教育出版社,2006.91~94
- 3 宋志刚.SPSS 16.0 guide to data analysis.北京:人民邮电出版社,2008.115~186
- 4 周衍柏.理论力学教程(第三版).北京:高等教育出版社,2009.18~19
- 5 宋文福,等.不确定度的估算与表示.大学物理实验,2004,17(1):69~71
- 6 汤云兴.惯性秤秤台弹性钢片在振动中的作用.淮阴师范学院学报,2005,4(2):120~123